

Diese Aufgaben werden in der Woche vom 17.04.2014 - 22.04.2014 in Ihrer Übungsgruppe besprochen. Zu diesem Blatt müssen Sie keine Lösungen einreichen.

1. [Präsenzaufgabe] Differentialgleichungen

- (a) Bestimmen Sie alle reellen Lösungen der Differentialgleichung $y'' - 2y' - 3y = x^2$
 (b) Lösen Sie das reelwertige Anfangswertproblem in einer Umgebung von x_0 :

$$y' = e^{x-y} + 3x^2 e^{-y}, \quad y(x_0) = y_0$$

- (c) Bestimmen Sie alle Lösungen des nachstehenden Differentialgleichungssystems für $y_1(x)$ und $y_2(x)$:

$$\begin{aligned} y_1' &= 2y_1 + 3y_2 + 8 \\ y_2' &= y_1 + 4y_2 + 9 \end{aligned}$$

2. [Präsenzaufgabe] Ableitung und Integrale

- (a) Berechnen Sie die Ableitungen nachfolgender Funktionen:

i. $f(x) = \tanh\left(\frac{(x-1)^2}{x^2+2+\cos(x)}\right)$

ii. $f(x) = e^{\sinh(\ln(3x))}$

iii. $f(x) = x^{\ln(x)}$

iv. $f(x) = [\ln(x)]^x$

- (b) Gegeben sei die Funktionen

$$f(x) = \begin{cases} x^3 \sin\left(\frac{1}{x^2}\right) + x, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

- i. Berechnen Sie die Ableitung von $f(x)$.
 ii. Prüfen Sie, ob die Ableitung an der Stelle $x = 0$ stetig ist.

- (c) Gegeben sei eine Funktionen

$$f(x) = (x+3)e^{-x}.$$

Beweisen Sie, dass für die n -te ($n \in \mathbb{N}$) Ableitung gilt

$$f^{(n)}(x) = (-1)^n (x+3-n)e^{-x}.$$

- (d) Berechnen Sie nachfolgende Integrale:

i. $\int_0^\pi dx \frac{\sin^2(x)}{1+\cos(x)}$

ii. $\int_e^{e^2} dx \frac{1}{x \ln(x)}$

iii. $\int_0^{2\pi} dx x^2 \sin(x)$

iv. $\int_0^1 dx \frac{1}{\sqrt{4-3x^2}}$ Tipp: Geeignete Substitution