

Diese Aufgaben werden in der Woche vom 17.04.2014 - 22.04.2014 in Ihrer Übungsgruppe besprochen. Zu diesem Blatt müssen Sie keine Lösungen einreichen.

**1. [Präsenzaufgabe] Differentialgleichungen**

- (a) Bestimmen Sie alle reellen Lösungen der Differentialgleichung  $y'' - 2y' - 3y = x^2$   
 (b) Lösen Sie das reelwertige Anfangswertproblem in einer Umgebung von  $x_0$ :

$$y' = e^{x-y} + 3x^2 e^{-y}, \quad y(x_0) = y_0$$

- (c) Bestimmen Sie alle Lösungen des nachstehenden Differentialgleichungssystems für  $y_1(x)$  und  $y_2(x)$ :

$$\begin{aligned} y_1' &= 2y_1 + 3y_2 + 8 \\ y_2' &= y_1 + 4y_2 + 9 \end{aligned}$$

**2. [Präsenzaufgabe] Ableitung und Integrale**

- (a) Berechnen Sie die Ableitungen nachfolgender Funktionen:

i.  $f(x) = \tanh\left(\frac{(x-1)^2}{x^2+2+\cos(x)}\right)$

ii.  $f(x) = e^{\sinh(\ln(3x))}$

iii.  $f(x) = x^{\ln(x)}$

iv.  $f(x) = [\ln(x)]^x$

- (b) Gegeben sei die Funktionen

$$f(x) = \begin{cases} x^3 \sin\left(\frac{1}{x^2}\right) + x, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

- i. Berechnen Sie die Ableitung von  $f(x)$ .  
 ii. Prüfen Sie, ob die Ableitung an der Stelle  $x = 0$  stetig ist.

- (c) Gegeben sei eine Funktionen

$$f(x) = (x+3)e^{-x}.$$

Beweisen Sie, dass für die  $n$ -te ( $n \in \mathbb{N}$ ) Ableitung gilt

$$f^{(n)}(x) = (-1)^n (x+3-n)e^{-x}.$$

- (d) Berechnen Sie nachfolgende Integrale:

i.  $\int_0^\pi dx \frac{\sin^2(x)}{1+\cos(x)}$

ii.  $\int_e^{e^2} dx \frac{1}{x \ln(x)}$

iii.  $\int_0^{2\pi} dx x^2 \sin(x)$

iv.  $\int_0^1 dx \frac{1}{\sqrt{4-3x^2}}$  Tipp: Geeignete Substitution