3. Übung

Theoretische Physik
Universität des Saarlandes
Prof. Dr. Heiko Rieger

Ihre Lösung ist bis zum 29.04.2014 um 12 Uhr in das Postfach von Prof. Rieger
im Erdgeschoß von Gebäude E2 6 einzuwerfen.

Die Klausur findet am 31. Juli 2014 von 9.00 bis 13.00 im Gebäude E2 2 statt.

5. [*12 Punkte*] **Wechselwirkende Teilchen**

Es bewegen sich N Teilchen in einem abgeschlossenen System. Zwei Teilchen α und β unterliegen dabei der Wechselwirkung der Form $u\left(r_{\alpha\beta}\right)$, die nur vom Abstand $r_{\alpha\beta} = |\vec{r}_\alpha - \vec{r}_\beta|$ abhängt.

$\boxed{2}$ (a) Wie lautet die Kraft $f_{\alpha\beta}$, die von Teilchen α auf Teilchen β bzw. $f_{\beta\alpha}$, die von Teilchen β auf Teilchen α ausgeübt wird?

$\boxed{1}$ (b) Skizzieren Sie die Kräfte $f_{\alpha\beta}$ und $f_{\beta\alpha}$ relativ zum Vektor $\vec{r}_{\alpha\beta} = \vec{r}_\alpha - \vec{r}_\beta$.

$\boxed{1}$ (c) Wie lautet die potentielle Energie $U\left(\vec{r}_1, \ldots, \vec{r}_N\right)$ des Gesamtsystems?

$\boxed{4}$ (d) Berechnen Sie die Änderung der Gesamtenergie E, des Gesamtimpulses $\vec{P}$ und des Gesamtdrehimpulses $\vec{M}$.

$\boxed{4}$ (e) Berechnen Sie die Änderung von E, $\vec{P}$ und $\vec{M}$, falls sich das System in einem äußeren Potential $U_{ext}\left(\vec{r}\right)$ befindet.

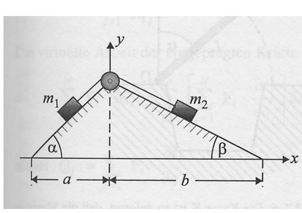
6. [*17 Punkte*] **d'Alembertgleichung**

$\boxed{4}$ (a) Auf einem parabelförmig gebogenen Draht mit der Zwangsbedingnung $z = ar^2$ $(a > 0)$, der mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω um die z-Achse rotiert, gleitet eine Perle reibungsfrei. Die Schwerkraft wirkt in negative z-Richtung. Stellen Sie die Bewegungsgleichung mithilfe der d'Alembertgleichung auf.

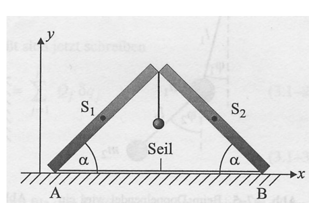
$\boxed{4}$ (b) Zwei Massen m_1 und m_2 gleiten reibungsfrei, durch einen Faden der Länge l über eine Rolle miteinander verbunden, auf einer Doppelschiefebene. Wie lauten die Zwangsbedingnungen? Stellen Sie die Bewegungsgleichung mithilfe der d'Alembertgleichung auf.

$\boxed{4}$ (c) Zwei Stangen der Länge l und Masse m werden mit dem Anstellwinkel α gegeneinander gelehnt. Ein Gewicht W wird am Berührpunkt eingehängt. Zwischen den unteren Enden der Stangen wird ein Seil gespannt, um ein Wegrutschen zu verhindern. Nennen Sie die Zwangs- und äußeren Kräfte. Bestimmen Sie mithilfe der d'Alembertgleichung die Kraft, die im Seil wirkt.

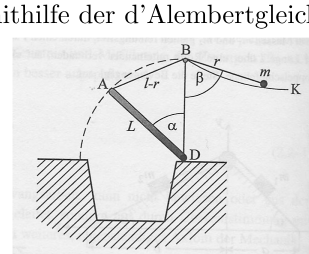
$\boxed{5}$ (d) Die Kurve K, auf der das Gegengewicht m zu einer Zugbrücke reibungsfrei läuft, soll so bestimmt werden, dass für alle Winkel α ein statisches Gleichgewicht besteht. Dabei seien l die Länge des masselosen Seils, M und L Masse und Länge der Brücke. Wenn die Brücke geöffnet ist, fallen die Punkte A und B aufeinander. Bestimmen Sie die Kurve $r\left(\beta\right)$ mithilfe der d'Alembertgleichung.



zu (b)



zu (c)



zu (d)

Dipl. Phys. Astrid Niederle, E2.6 Zi.4.24 Dipl. Phys. Christian Thome, E2.6 Zi.1.04
astrid@lusi.uni-sb.de thome@lusi.uni-sb.de

7. [*11 Punkte*] **Differentialgleichung erster Ordnung**

Betrachten Sie die Gleichung

$$F(x,y) = 0$$

$\boxed{1}$ (a) Angenommen $y(x)$ löst diese Gleichung. Zeigen Sie, dass

$$p(x,y)\frac{\partial y}{\partial x} + q(x,y) = 0, \quad p(x,y) = \frac{\partial F(x,y)}{\partial y}, \quad q(x,y) = \frac{\partial F(x,y)}{\partial x}.$$

$\boxed{4}$ (b) Eine Differentialgleichung erster Ordnung heißt **exakt**, wenn

$$\frac{\partial p(x,y)}{\partial x} = \frac{\partial q(x,y)}{\partial y}$$

gilt. Zeigen Sie, dass

$$(4bxy + 3x + 5)\frac{\partial y}{\partial x} + 3x^2 + 8ax + 2by^2 + 3y = 0$$

exakt ist. Geben Sie $F(x,y)$ und anschließend die Lösung $y(x)$ an.

$\boxed{6}$ (c) Betrachten Sie

$$p(x,y)\frac{\partial y}{\partial x} + q(x,y) = 0.$$

Eine Funktion $\mu(x,y)$ heißt **integrierender Faktor**, falls

$$\mu(x,y)\,p(x,y)\frac{\partial y}{\partial x} + \mu(x,y)\,q(x,y) = 0$$

exakt ist. Ist die Gleichung

$$x\frac{\partial y}{\partial x} + 3x - 2y = 0$$

exakt? Bestimmen Sie für diese Gleichung einen integrierenden Faktor der Form $\mu(x)$ und die Funktion $F(x,y)$. Lösen Sie nun die Gleichung.

Zulassungsbedingungen:

- Sie sind verpflichtet regelmäßig und aktiv an den Übungen teilzunehmen. Dies beinhaltet, dass Sie mindestens einmal eine Lösung in Ihrer Übungsgruppe vorführen.
- Sie dürfen Ihre Lösungen in Gruppen von maximal 2 Personen abgeben. Beachten Sie, dass beide beteiligten Personen in der Lage sein müssen die Lösungen jeder Aufgabe in der Übungsgruppe zu erklären.
- Sie sind zur Klausur zugelassen, wenn Sie 50% der Punkte der Übungsaufgaben erreicht, mindestens eine Lösung in Ihrer Übungsgruppe vorgeführt haben und die Übungen regelmäßig besucht haben.
- Diese Regeln gelten auch für den Fall, dass Sie die Veranstaltung zum wiederholten Mal besuchen.

Dipl. Phys. Astrid Niederle, E2.6 Zi.4.24 Dipl. Phys. Christian Thome, E2.6 Zi.1.04
`astrid@lusi.uni-sb.de` `thome@lusi.uni-sb.de`