4. Übung

Ihre Lösung ist bis zum 06.05.2014 um 12 Uhr in das Postfach von Prof. Rieger im Erdgeschoß von Gebäude E2 6 einzuwerfen.

Die Klausur findtet am 31. Juli 2014 von 9.00 bis 13.00 im Gebäude E2 2 statt.

9. [*4 Punkte*] **Massen über Umlenkrollen**
Zwei Gewichte der Massen m_1 und m_2 sind durch einen masselosen Faden der Länge l verbunden, der reibungsfrei über eine Rolle (kinetische Energie der Drehwegung vernachlässigbar) läuft. Stellen Sie die Lagrange-Funktion und daraus die Bewegungsgleichung auf. Lösen Sie die Bewegungsgleichung für $x\,(t = 0) = x_0$ und $\dot{x}\,(t = 0) = v_0$.

10. [*5 Punkte*] **Teilchen in Kugelschale**
Ein Teilchen der Masse m bewegt sich in einer Kugelschale im Schwerefeld ($\vec{g} = 0, 0, -mg$). Legen Sie den Koordinatenursprung in die Mitte der Kugel mit Radius R und verwenden Sie Kugelkoordinaten. Wie lautet die Zwangsbedingung? Stellen Sie die Lagrange-Funktion und daraus die Bewegungsgleichungen auf.

11. [*5 Punkte*] **Rotation um festen Punkt bei variabler Fadenlänge**
Ein Massepunkt der Masse m rotiert an einem masselosen Faden um einen festen Punkt. Der Faden wird mit der konstanten Geschwindigkeit c verkürzt. Wie nennt man diese Zwangsbedingung? Stellen Sie die Lagrange-Funktion und daraus die Bewegungsgleichung auf. Lösen Sie die Bewegungsgleichung.

12. [*10 Punkte*] **Elastischer Stoß**
n gleiche Massen m liegen auf einer Linie nebeneinander.

$\boxed{5}$ (a) Von links stoßen zwei gleiche Massen m mit der Geschwindigkeit v gegen die Kette. Nehmen Sie einen vollkommen elastischen Stoß an und zeigen Sie, dass Energie- und Impulssatz nicht beide zu erfüllen sind, wenn rechts nur eine Masse oder zwei Massen mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten wegfliegen.

$\boxed{5}$ (b) Nehmen Sie nun an, dass die letzte Masse (rechts) der Kette $m_1 < m$ betrage und von links eine Masse m mit der Geschwindigkeit v elastisch gegen die Kette stoße. Zeigen Sie, dass es nicht möglich ist, dass rechts nur m_1 alleine wegfliegt. Wenn rechts genau zwei Massen m, m_1 wegfliegen: Wie groß sind dann ihre Geschwindigkeiten?

13. [*10 Punkte*] **Galileitransformationen**
Eine allgemeine Galileitransformation hat die Gestalt

$$\begin{aligned} \vec{r} &\to \vec{r}\,' = R\vec{r} + \vec{w}t + \vec{a} \\ t &\to t' = \lambda t + s \end{aligned}$$

mit $R \in O(3)$, $\quad \vec{w}, \vec{a} \in \mathbb{R}^3$, $\quad s \in \mathbb{R}$ und $\lambda = \pm 1$. Zeigen Sie, dass die Menge der Galileitransformationen mit der Komposition $\circ$ als Gruppenoperation eine Gruppe bildet.

14. [*6 Punkte*] **Gradient, Divergenz, Rotation von Skalar- und Vektorfeldern**
Sei $\vec{r}$ der Ortsvektor, r sein Betrag und $\vec{c}$ ein konstanter Vektor.

$\boxed{2}$ (a) Berechnen Sie $\mathrm{grad}(r), \mathrm{grad}(r^2), \mathrm{grad}(\vec{c}\cdot\vec{r})$.

$\boxed{1}$ (b) Überprüfen Sie für ein Vektorfeld $\vec{A}(\vec{r})$ die Identität $\nabla \times [\nabla \times \vec{A}(\vec{r})] = \nabla[\nabla \cdot \vec{A}(\vec{r})] - [\nabla \cdot \nabla]\vec{A}(\vec{r})$.

$\boxed{3}$ (c) Sei $\varphi(\vec{r})$ ein Skalarfeld und $\vec{A}(\vec{r})$ ein Vektorfeld. Berechnen Sie die folgenden Terme:

$$\nabla \times \nabla\varphi(r); \quad \vec{r}(t) \cdot [\vec{r}(t) \times \dot{\vec{r}}(t)]; \quad \nabla \cdot [\nabla \times \vec{A}(\vec{r})]$$

Dipl. Phys. Astrid Niederle, E2.6 Zi.4.24
astrid@lusi.uni-sb.de
Dipl. Phys. Christian Thome, E2.6 Zi.1.04
thome@lusi.uni-sb.de