5. Übung

Theoretische Physik
Universität des Saarlandes
Prof. Dr. Heiko Rieger

Ihre Lösung ist bis zum 13.05.2014 um 12 Uhr in das Postfach von Prof. Rieger im Erdgeschoß von Gebäude E2 6 einzuwerfen.

15. [*5 Punkte*] **Noether-Theorem: Freies Teilchen**

Gegeben sei ein System $(m_1, \ldots, m_n)$ aus n freien Teilchen mit den Geschwindigkeiten $(\vec{v}_1, \ldots, \vec{v}_n)$. Betrachten Sie die Galilei-Transformation aus Aufgabe 13, wobei R die Einheitsmatrix, $\lambda = 1$ und $s = 0$ ist. Benutzen Sie das Noether-Theorem um aus der Galilei-Invarianz der Lagrangefunktion die Erhaltung der Schwerpunktsbewegung herzuleiten.

16. [*5 Punkte*] **Teilchen im Zentralpotential**

Betrachten Sie ein Teilchen, das sich in einer Ebene im Potential $V(r)$ mit $r = |\vec{r}|$ bewegt. Stellen Sie die Lagrangefunktion des Systems auf und verwenden Sie Koordinaten, die dem Problem angepasst sind. Welche Variablen sind hier zyklisch? Finden Sie die beiden Erhaltungsgrößen des Systems!

17. [*9 Punkte*] **Energie- und Impulserhaltung**

Geben Sie an, welche Komponenten des Impulses $\vec{P}$ und des Drehimpulses $\vec{L}$ bei der Bewegung eines geladenen Teilchens in folgenden Feldern, die durch eine homogene Ladungsverteilung hervorgerufen werden, jeweils erhalten bleiben:

(a) Feld einer unendlichen homogenen Ebene ($xy-$Ebene)
(b) Feld eines unendlichen homogenen Kreiszylinders (Achse $\parallel$ $z-$Achse)
(c) Feld eines unendlichen homogenen Prismas (Kanten $\parallel$ $z-$Achse)
(d) Feld von zwei Punkten auf der $z-$Achse
(e) Feld einer unendlichen homogenen Halbebene (wie a) aber $x > 0$)
(f) Feld eines homogenen Kegels (Achse $\parallel$ $z-$Achse)
(g) Feld eines homogenen Kreisringes (Achse $\parallel$ $z-$Achse)
(h) Feld einer unendlichen homogenen Schraubenlinie (Achse $\parallel$ $z-$Achse) mit Ganghöhe h.

Hinweis: Bei Bewegung in den Feldern gelte $\delta L(x, y, z) = 0$.

18. [*10 Punkte*] **Teilchen im Paraboloiden**

Ein Teilchen der Masse m bewegt sich unter dem Einfluss der Schwerkraft reibungsfrei auf einem Paraboloid $x^2 + y^2 = \frac{z}{a}$.

(a) Wieviele Freiheitsgrade hat das System?
(b) Bestimmen Sie die Lagrangefunktion zunächst in Zylinderkoordinaten (r, φ, z) und erst anschließend in verallgemeinerten (dem Problem angepassten) Koordinaten.
(c) Wie lauten die Bewegungsgleichungen für das Teilchen?
(d) Welche Bedingungen müssen für die generalisierten Koordinaten erfüllt sein, damit das Teilchen eine Kreisbahn in der Ebene $z = h$ durchläuft? Berechnen Sie die Zeit für einen Umlauf.
(e) Das Teilchen soll nun in der Vertikalebene $x = 0$ bis zu einer Maximalhöhe $z = h$ schwingen. Was gilt für $\dot{\varphi}$? Geben Sie die Gesamtenergie $E(r, \dot{r})$ und einen Integralausdruck für die Periode an.

Dipl. Phys. Astrid Niederle, E2.6 Zi.4.24 astrid@lusi.uni-sb.de
Dipl. Phys. Christian Thome, E2.6 Zi.1.04 thome@lusi.uni-sb.de

19. [*11 Punkte*] **Noether-Theorem**

Ein Teilchen der Masse m und den Anfangsgeschwindigkeiten $v_x, v_y \neq 0, v_z = 0$ fällt frei im homogenen Schwerefeld.

(a) Stellen Sie die Lagrangefunktion in kartesischen Koordinaten auf und bestimmen Sie daraus die Bewegungsgleichungen.

(b) Finden Sie drei kontinuierliche Symmetrien des Systems und zeigen Sie explizit, dass die Lagrangefunktion unter den zuhörigen allgemeinen Tranformationen invariant ist.

(c) Benutzen Sie den Satz von Noether um aus den Symmetrien drei Erhaltungsgrößen des Systems herzuleiten. Welche physikalischen Bedeutungen habe diese?

Dipl. Phys. Astrid Niederle, E2.6 Zi.4.24 astrid@lusi.uni-sb.de
Dipl. Phys. Christian Thome, E2.6 Zi.1.04 thome@lusi.uni-sb.de