9. Übung

Theoretische Physik
Universität des Saarlandes
Prof. Dr. Heiko Rieger

Ihre Lösung ist bis zum 10.06.2014 um 12 Uhr in das Postfach von Prof. Rieger im Erdgeschoß von Gebäude E2 6 einzuwerfen.

31. [*6 Punkte*] **Satz von Steiner**

Sei $I^{(S)}$ der Trägheitstensor für ein körperfestes Koordinatensystem $\vec{x} = (x_1,\, x_2,\, x_3)$, dessen Ursprung im Schwerpunkt S des Körpers der Masse m liegt. Wird dieses Korrdinatensystem um die Strecke $\vec{a}$ verschoben, ergibt sich ein neues Koordinatensystem $\vec{X} = (X_1,\, X_2,\, X_3)$, dessen Achsen zu den alten Achsen parallel sind. Zeigen Sie, dass der Trägheitstensor für das neue, parallel verschobene Koordinatensystem

$$I_{ij} = I_{ij}^{(S)} + m\,(a_k a_k \delta_{ij} - a_i a_j)$$

lautet.

32. [*6 Punkte*] **Hauptträgheitsachsen**

Betrachten Sie einen starren Körper, dessen Massenverteilung unter Spiegelung an der (x_1, x_2)-Ebene symmetrisch ist.

(a) Zeigen Sie, dass der Schwerpunkt dann in der (x_1, x_2)-Ebene liegt.

(b) Zeigen Sie außerdem, dass zwei der Hauptträgheitsachsen in der (x_1, x_2)-Ebene liegen; die dritte steht senkrecht auf dieser Ebene.

33. [*17 Punkte*] **Trägheitsmoment**

Bestimmen Sie das Trägheitsmoment in Abhängikeit der Gesamtmasse M für

(a) einen Vollzylinder mit Radius R und Höhe h, der um seine Symmetrieachse rotiert.

(b) einen Hohlzylinder mit Außenradius R, Höhe h und Wanddicke $d \ll R$, der um seine Symmetrieachse rotiert. Zeigen Sie außerdem, dass das Trägheitsmoment bei gleicher Gesamtmasse doppelt so groß ist wie für den Vollzylinder.

(c) einen dünnen runden Stab der Länge L und der Dicke $d \ll L$, der um die Achse durch den Schwerpunkt senkrecht zur Stabrichtung rotiert.

(d) einen dünnen runden Stab der Länge L und der Dicke $d \ll L$, der um die Achse an einem Ende des Stabes senkrecht zur Stabrichtung rotiert.

(e) eine homogene Kugel mit Radius R, die rotiert.

(f) zwei identische homogene Kugeln mit Radius R, die an ihrem Berührungspunkt fest miteinender verbunden sind und um die Achse durch diesen Punkt senkrecht zur Verbindungsachse rotieren.

34. [*11 Punkte*] **Zylinder rollt in Zylinder**

Ein homogener Kreiszylinder mit Radius r und Masse m rollt ohne zu gleiten auf der Innenseite eines festen Kreiszylinders mit Radius $R \gg r$ ab.

(a) Wie hängt $\dot{\varphi}$ mit der Winkelgeschwindigkeit Ω des kleinen Zylinders zusammen?

(b) Wie lautet die Lagrangefunktion?

(c) Bestimmen Sie nun die Bewegungsgleichung. Wie sieht diese für kleine Auslenkungen aus? Geben Sie die Schwingungsfrequenz in diesem Fall an.

Dipl. Phys. Astrid Niederle, E2.6 Zi.4.24
astrid@lusi.uni-sb.de
Dipl. Phys. Christian Thome, E2.6 Zi.1.04
thome@lusi.uni-sb.de