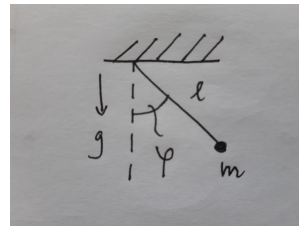


Abgabe bis Mittwoch, 27.04.2020, 18 Uhr über die Moodle-Plattform.

1. [6.5 Punkte] **Mathematisches Pendel**

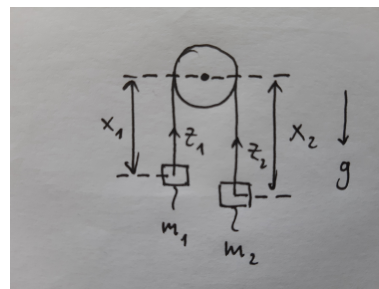
Betrachten Sie ein ebenes Fadenpendel mit konstanter Fadenlänge l und punktförmiger Masse m im homogenen Schwerfeld. Im Teil (c) und (d) sollen nur kleine Ausschläge des Pendels ϕ diskutiert werden, d.h. $\sin \varphi \approx \varphi$ und $\cos \varphi \approx 1 - \frac{\varphi^2}{2}$.



- 2 (a) Stellen Sie die Bewegungsgleichung mithilfe des d'Alembertschen Prinzips auf.
- 2 (b) Stellen Sie die Lagrange-Funktion und daraus die Bewegungsgleichung auf.
- 1 (c) Lösen Sie die Bewegungsgleichung. Wählen Sie Anfangsbedingungen so, daß zur Zeit $t = 0$ das Pendel durch seine Ruhelage $\varphi = 0$ schwingt. Wie groß ist die Frequenz ω_0 der Pendelschwingung?
- 1.5 (d) Berechnen Sie die Fadenspannung, also die Zwangskraft, die die konstante Fadenlänge l realisiert.

2. [6 Punkte] **Atwoodsche Fallmaschine**

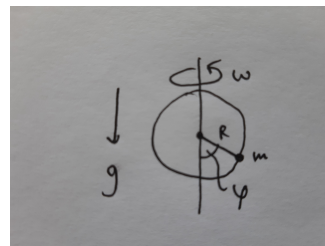
Zwei Gewichte der Massen m_1 und m_2 sind durch einen masselosen Faden der Länge l verbunden, der reibungsfrei über eine masselose Umlenkrolle (Rotationsenergie vernachlässigbar) läuft.



- 2 (a) Stellen Sie die Bewegungsgleichung mithilfe des d'Alembertschen Prinzips auf.
- 2 (b) Stellen Sie die Lagrange-Funktion und daraus die Bewegungsgleichung auf.
- 0.5 (c) Lösen Sie die Bewegungsgleichung für den Fall, daß zur Zeit $t = 0$ die beiden Massen ruhen und sich in gleicher Höhe ($x_1 = x_2$) befinden.
- 1.5 (d) Berechnen Sie die Fadenspannung.

3. [7.5 Punkte] **Perle auf einem rotierenden Ring**

Eine Perle der Masse m gleite ohne Reibung auf einem Ring mit dem Radius R . Der Ring rotiere mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit ω um seine vertikale Achse im homogenen Schwerfeld.



- 0.5 (a) Formulieren und klassifizieren Sie die Zwangsbedingungen.
- 2 (b) Wie lautet die Lagrange'sche Bewegungsgleichung? Schreiben Sie Bewegungsgleichung in der Form $\ddot{\varphi} = F(\varphi)$ auf.
- 1.5 (c) Bestimmen Sie die Gleichgewichtspunkte, d.h. die Auslenkungen φ für die gilt $\ddot{\varphi} = 0$. Diskutieren Sie Abhängigkeit der Gleichgewichtspunkte von ω .
- 2.5 (d) Diskutieren Sie die Stabilität der Gleichgewichtspunkte gegen kleine Störungen.
Hinweis: Betrachten Sie $F(\varphi)$ als eine Kraft, also die negative Ableitung eines Potentials. Um das Minimum oder Maximum eines Potentials (stabiler oder instabiler Punkt) zu bestimmen muss man die zweite Ableitung des Potentials betrachten.
- 1 (e) Integrieren Sie die Bewegungsgleichung für kleine Auslenkung $\varphi \ll 1$. Diskutieren Sie die Lösung in Abhängigkeit von ω .