



Übungen zur Computerphysik, WS 2007/08

3. Übung

(Besprechung am 15.11.2007)

Aufgabe 7 „*d*-dimensionale Einheitskugel“

Erzeugen Sie gleichmäßig verteilte Vektoren $\{x_1, \dots, x_d\}$ innerhalb einer *d*-dimensionalen Einheitskugel. Verarbeiten Sie danach folgendes Meta-Code Fragment:

```
...  
xd+1 ← ran(-1,1)  
if (∑k=1d+1 xk2 > 1) then „reject“  
...
```

Zeigen Sie, dass die „acceptance rate“ des veränderten Programms das Verhältnis der Volumina der (*d*+1)-dimensionalen und der *d*-dimensionalen Einheitskugel ergibt. Berechnen Sie auf diesem Weg $V_1(252)/V_2(250)$ und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem, das nach Vorlesung exakt zu erwarten ist.

Aufgabe 8 „*ran01 convolution*“

Implementieren Sie den Algorithmus „*ran01-convolution*“:

Betrachten Sie 15 Stützstellen um das Integral $\pi' = \int_{x-1}^x dy \pi(y) \pi^1(x-y)$ zu berechnen. Schauen Sie sich die 1-te, 3-te, 6-te, 10-te Faltung der folgenden Wahrscheinlichkeitsverteilungen π_t an und überzeugen Sie sich davon, dass diese mit steigender Ordnung gegen eine Gaußfunktion konvergieren:

a) $\pi_i^1 = 1/15$

b) $\pi_i^1 = i/120$

$i=0, \dots, t$

Aufgabe 9 „*binomial convolution*“

Implementieren Sie den Algorithmus „*binomial convolution*“.

Vergleichen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilungen $\pi(N_{hits})$ für $N = 1000$ mit Histogrammen die Sie aus mehreren Durchläufen des „*direct-pi*“ - Programms erhalten. Plotten Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der skalierten Variablen $x = N_{hits}/N$ und $\tilde{x} = (x - \pi/4)/\sigma$ mit $\sigma = \pi/4 * (1 - \pi)/4$

Aufgabe 10 „*reject finite*“ und „*tower sample*“

Implementieren Sie den Algorithmus „*reject finite*“ für $K = 1000$ und Wahrscheinlichkeiten $\pi_k = 1/k^\alpha$ ($1 < \alpha < 2$). Was ist die „rejection rate“ des Algorithmus? Implementieren Sie außerdem den „*tower sample*“ Algorithmus für das gleiche Problem und vergleichen Sie die Effizienz der Beiden !

Hinweis: Vermeiden Sie es beim „*reject finite*“ π_{max} und beim „*tower sample*“ $\{\Pi_0, \dots, \Pi_K\}$ für jeden Durchlauf neu zu berechnen.

bei Fragen Tel: 0681-3023967;

Meta Codes zu Übungsblatt 3:

```
procedure binomical convolution
input { $\pi_0, \dots, \pi_N$ } (N trials)
 $\pi'_0 \leftrightarrow (1 - \theta) * \pi_0$  ( $\theta$ : probability of hit)
for k=1,...,N do
```

$$\{ \pi'_k \leftarrow \theta * \pi_{k-1} + (1 - \theta) * \pi_k$$

```
 $\pi'_{N+1} \leftarrow \theta * \pi_N$ 
output { $\pi'_0, \dots, \pi'_{N+1}$ } (N + 1 trials )
```

```
procedure ran01-convolution
input { $\pi_0, \dots, \pi_{Nl}$ } ( probabilities for sum of N variables )
for k=0,...,Nl+1 do
```

$$\{ \pi'_k = \sum_{m=0}^{\min(k,l)} \pi_{k-m} * \pi_m$$

```
output { $\pi'_0, \dots, \pi'_{Nl+1}$ } ( probabilities for N+1 variables )
```