11. Übung

Theoretische Physik (FR 7.1)
Universität des Saarlandes
Prof. Dr. Heiko Rieger

Ihre Lösung ist bis zum 20.01.2016 um 12 Uhr in das Postfach von Prof. Dr. Heiko Rieger im Erdgeschoss von Gebäude E2 6 einzuwerfen.

1. [*4 Punkte*] Carnot-Prozess für ideale Gase und van-der-Waals-Gase

1.5 (a) Betrachten Sie einen Carnot-Prozess, dessen Wirksubstanz aus N Mol eines idealen Gases besteht. Das ideale Gas ist im ersten Schritt in Kontakt mit einem Wärmebad und wird von Volumen V_A zu V_B expandiert. Berechnen Sie die Arbeit und den Wärmetransfer in jedem der vier Schritte des Carnot-Zyklus in Abhängigkeit von T_A, T_C, V_A, V_B und N. Ermitteln Sie außerdem den Wirkungsgrad.

2.5 (b) Nun sei 1 Mol eines van-der-Waals-Fluids die Wirksubstanz. Berechnen Sie auch für diesen Fall die Arbeit und den Wärmetransfer aller Schritte des Carnot-Prozesses sowie den Wirkungsgrad.

2. [*3 Punkte*] Joule-Thomson-Prozess für van-der-Waals-Gase

1 (a) Bei Joule-Thomson-Prozessen kann das betrachtete Gas, je nachdem, wie die Versuchsparameter gewählt werden, entweder erwärmt oder abgekühlt werden. Der differentielle Joule-Thomson-Koeffizient $\delta = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H$ ermöglicht es, eine Aussage darüber zu treffen, ob die Temperaturdifferenz positiv oder negativ ist.
Welches Vorzeichen hat δ bei einer Temperaturerniedrigung, welches bei einer Temperaturerhöhung? Leiten Sie den Ausdruck $\delta = \frac{1}{C_p}\left[T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p - V\right]$ unter Ausnutzung der Maxwell-Relationen her.

0.5 (b) Wir sind nun an der Inversionskurve eines Beispielsystems interessiert, also der Linie im p-V-Diagramm, an der der Übergang von der Temperaturerniedrigung zur Temperaturerhöhung während des Joule-Thomson-Prozesses stattfindet.
Betrachten Sie dazu zunächst ein van-der-Waals-Gas bei konstantem Druck. Leiten Sie die Relation

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \left(-a\frac{n^2}{V^2} + p + 2ab\frac{n^3}{V^3}\right) = nR$$

her.

0.5 (c) Zeigen Sie, dass für $\delta = 0$ die Gleichung $p\,(V) = \frac{2an}{bV} - \frac{3an^2}{V^2}$ erfüllt sein muss.

0.5 (d) Skizzieren Sie die Inversionskurve für das van-der-Waals-Gas. In welchem Bereich kühlt das van-der-Waals-Gas ab?

0.5 (e) Berechnen Sie die Entropieänderung während des Prozesses.

3. [*3 Punkte*] Kühlschrank

Ein Kühlschrank in einem Raum der Temperatur $T_R = 25\,°C$ soll $10\,kg$ Wasser in Eis umwandeln.

1 (a) Die Kühlung verlaufe als Carnot-Prozess, in dem der Kühlschrank dem Wasser der Temperatur T die Wärmemenge $dE_1 = TdS_1$ entzieht und dem Wärmereservoir des Raumes die Wärmemenge $dE_2 = T_R dS_2$ zuführt ($T_R > T$). Wie lautet die Beziehung zwischen dS_1 und dS_2? Wie viel Energie muss dem Kühlschrank bei diesem Prozess zugeführt werden?

1 (b) Es gilt: $T\,dS = T\frac{\partial S}{\partial T}dT = C\,dT$. Wieviel Energie braucht der Kühlschrank, um das Wasser von $25\,°C$ auf $0\,°C$ zu kühlen?

1 (c) Wie viel Energie verbraucht der Kühlschrank zusätzlich, um die Schmelzwärme des Wassers bei $T = 0\,°C$ an das Reservoir abzuführen?

Hinweis: $c\,(H_2O) \approx 1\,\frac{kcal}{kg\,K}$, $q_S\,(H_2O) = 1435.46\,\frac{cal}{mol}$, $M\,(H_2O) = 18.01528\,\frac{g}{mol}$, $1\,cal = 4.1868\,J$

4. [*3 Punkte*] Wegintegrale im p-V-Diagramm

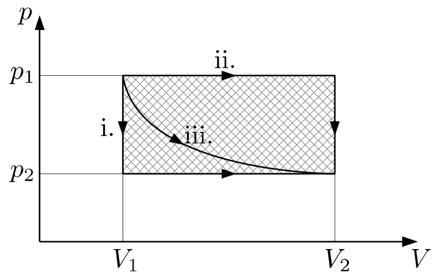
Wir betrachten ein monoatomares ideales Gas, welches auf drei verschiedenen Wegen von (V_1, p_1) nach (V_2, p_2) expandiert wird:

i. isochor von (V_1, p_1) nach (V_1, p_2), isobar von (V_1, p_2) nach (V_2, p_2),

Dipl. Phys. Karsten Schwarz, E2 6, Zi.1.04 corsa@lusi.uni-sb.de
Dipl. Phys. Christian Thome, E2 6, Zi.1.04 thome@lusi.uni-sb.de

ii. isobar von (V_1, p_1) nach (V_2, p_1), isochor von (V_2, p_1) nach (V_2, p_2),

iii. adiabatisch von (V_1, p_1) nach (V_2, p_2).



$\boxed{0.5}$ (a) Berechnen Sie die Energiedifferenz zwischen den Punkten (V_1, p_1) und (V_2, p_2).

$\boxed{1.5}$ (b) Berechnen Sie für jeden der drei Prozesse die umgesetzte Arbeit und Wärme.

$\boxed{1}$ (c) Berechnen Sie den Wirkungsgrad des folgenden Kreisprozesses: Beginnend bei (V_1, p_1) erfolgt zunächst eine adiabatische Expansion nach (V_2, p_2), dann wird das Gas isobar nach (V_1, p_2) komprimiert und schließlich isochor der Druck erhöht, um nach (V_1, p_1) zurückzukehren.

5. [*2 Punkte*] **Wegunabhängigkeit von Wegintegralen**

Wir wollen für feste Endpunkte A und B und einen beliebigen Weg C von A nach B das Wegintegral

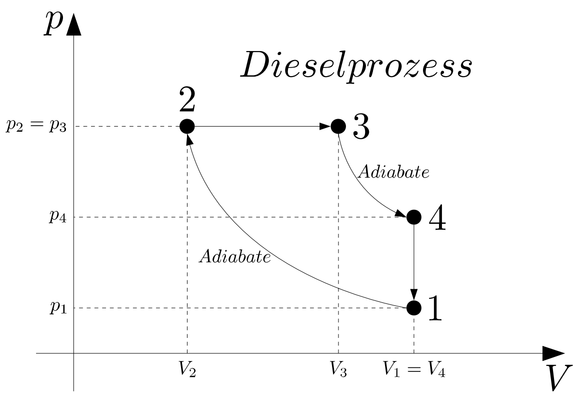
$$I(C) = \int_C [dx\, f(x,y) + dy\, g(x,y)]$$

in der xy-Ebene berechnen. Es wird in der Regel für verschiedene Wege C_i unterschiedliche Werte annehmen. Zeigen Sie, dass I genau dann vom Weg unabhängig ist, wenn gilt:

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial g}{\partial x} \quad .$$

6. [*5 Punkte*] **Dieselprozess**

Wir betrachten den in der nachfolgenden Skizze dargestellten Dieselprozess für ein ideales Gas:



$\boxed{1}$ (a) Benennen Sie für jedes Teilstück des Kreisprozesses den stattfindenden physikalischen Vorgang und beschreiben Sie kurz, was auf dem jeweiligen Teilstück in einem realen Verbrennungsmotor geschieht. Weshalb heißt der Dieselprozess auch Gleichdruckprozess?

$\boxed{2}$ (b) Bestimmen Sie für jedes Teilstück des Dieselprozesses die verrichtete Arbeit ΔW_{ij} sowie die zu- bzw. abgeführte Wärmemenge ΔQ_{ij}.

$\boxed{2}$ (c) Geben Sie die während eines Durchlaufs geleistete Gesamtarbeit ΔW an und bestimmen Sie den thermischen Wirkungsgrad $\eta_{th\,Diesel}$ des Dieselprozesses in Abhängigkeit vom Verdichtungsverhältnis $\varepsilon := \frac{V_1}{V_2}$, dem Volldruckverhältnis $\varphi := \frac{V_3}{V_2}$ und dem Isentropenexponent $\kappa := \frac{c_p}{c_V}$. Wie wirkt sich eine Erhöhung des Verdichtungsverhältnisses auf den Wirkungsgrad aus?

Dipl. Phys. Karsten Schwarz, E2 6, Zi.1.04 — corsa@lusi.uni-sb.de
Dipl. Phys. Christian Thome, E2 6, Zi.1.04 — thome@lusi.uni-sb.de