

Ihre Lösung ist bis zum 15.01.2014 um 12 Uhr in das Postfach von Prof. Dr. Heiko Rieger im Erdgeschoss von Gebäude E2 6 einzuwerfen.

**1. [5 Punkte] Carnot-Prozess für ideale Gase und van-der-Waals-Gase**

- 2 (a) Betrachten Sie einen Carnot-Prozess, dessen Wirksubstanz aus  $N$  Mol eines idealen Gases besteht. Das ideale Gas ist im ersten Schritt in Kontakt mit einem Wärmebad und wird von Volumen  $V_A$  zu  $V_B$  expandiert. Berechnen Sie die Arbeit und den Wärmetransfer in jedem der vier Schritte des Carnot-Zyklus in Abhängigkeit von  $T_A$ ,  $T_C$ ,  $V_A$ ,  $V_B$  und  $N$ . Ermitteln Sie außerdem den Wirkungsgrad.
- 3 (b) Nun sei 1 Mol eines van-der-Waals-Fluids die Wirksubstanz. Berechnen Sie auch für diesen Fall die Arbeit und den Wärmetransfer aller Schritte des Carnot-Prozesses sowie den Wirkungsgrad.

**2. [7 Punkte] Joule-Thomson-Prozess für van-der-Waals-Gase**

- 2 (a) Bei Joule-Thomson-Prozessen kann das betrachtete Gas, je nachdem, wie die Versuchsparameter gewählt werden, entweder erwärmt oder abgekühlt werden. Der differentielle Joule-Thomson-Koeffizient  $\delta = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H$  ermöglicht es, eine Aussage darüber zu treffen, ob die Temperaturdifferenz positiv oder negativ ist. Welches Vorzeichen hat  $\delta$  bei einer Temperaturerniedrigung, welches bei einer Temperaturerhöhung? Leiten Sie den Ausdruck  $\delta = \frac{1}{C_p} \left[ T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p - V \right]$  unter Ausnutzung der Maxwell-Relationen her.

- 1 (b) Wir sind nun an der Inversionskurve eines Beispielsystems interessiert, also der Linie im  $p$ - $V$ -Diagramm, an der der Übergang von der Temperaturerniedrigung zur Temperaturerhöhung während des Joule-Thomson-Prozesses stattfindet. Betrachten Sie dazu zunächst ein van-der-Waals-Gas bei konstantem Druck. Leiten Sie die Relation

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \left(-a\frac{n^2}{V^2} + p + 2ab\frac{n^3}{V^3}\right) = nR$$

her.

- 2 (c) Zeigen Sie, dass für  $\delta = 0$  die Gleichung  $p(V) = \frac{2an}{bV} - \frac{3an^2}{V^2}$  erfüllt sein muss.
- 1 (d) Skizzieren Sie die Inversionskurve für das van-der-Waals-Gas. In welchem Bereich kühlt das van-der-Waals-Gas ab?
- 1 (e) Berechnen Sie die Entropieänderung während des Prozesses.

**3. [3 Punkte] Kühlschränk**

Ein Kühlschrank in einem Raum der Temperatur  $T_R = 25^\circ\text{C}$  soll 10 kg Wasser in Eis umwandeln.

- 1 (a) Die Kühlung verlaufe als Carnot-Prozess, in dem der Kühlschrank dem Wasser der Temperatur  $T$  die Wärmemenge  $dE_1 = TdS_1$  entzieht und dem Wärmereservoir des Raumes die Wärmemenge  $dE_2 = T_R dS_2$  zuführt ( $T_R > T$ ). Wie lautet die Beziehung zwischen  $dS_1$  und  $dS_2$ ? Wie viel Energie muss dem Kühlschrank bei diesem Prozess zugeführt werden?
- 1 (b) Es gilt:  $T dS = T \frac{\partial S}{\partial T} dT = C dT$ . Wieviel Energie braucht der Kühlschrank, um das Wasser von  $25^\circ\text{C}$  auf  $0^\circ\text{C}$  zu kühlen?
- 1 (c) Wie viel Energie verbraucht der Kühlschrank zusätzlich, um die Schmelzwärme des Wassers bei  $T = 0^\circ\text{C}$  an das Reservoir abzuführen?

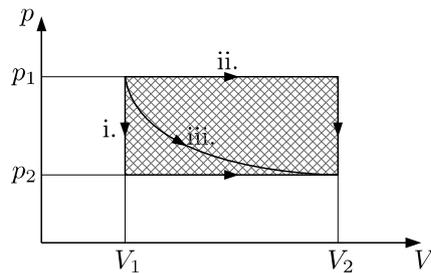
**Hinweis:**  $c(H_2O) \approx 1 \frac{\text{kcal}}{\text{kg K}}$ ,  $q_S(H_2O) = 1435.46 \frac{\text{cal}}{\text{mol}}$ ,  $M(H_2O) = 18.01528 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ ,  $1 \text{ cal} = 4.1868 \text{ J}$

**4. [4 Punkte] Wegintegrale im  $p$ - $V$ -Diagramm**

Wir betrachten ein monoatomares ideales Gas, welches auf drei verschiedenen Wegen von  $(V_1, p_1)$  nach  $(V_2, p_2)$  expandiert wird:

- i. isochor von  $(V_1, p_1)$  nach  $(V_1, p_2)$ , isobar von  $(V_1, p_2)$  nach  $(V_2, p_2)$ ,

- ii. isobar von  $(V_1, p_1)$  nach  $(V_2, p_1)$ , isochor von  $(V_2, p_1)$  nach  $(V_2, p_2)$ ,
- iii. adiabatisch von  $(V_1, p_1)$  nach  $(V_2, p_2)$ .



- 1 (a) Berechnen Sie die Energiedifferenz zwischen den Punkten  $(V_1, p_1)$  und  $(V_2, p_2)$ .
- 2 (b) Berechnen Sie für jeden der drei Prozesse die umgesetzte Arbeit und Wärme.
- 1 (c) Berechnen Sie den Wirkungsgrad des folgenden Kreisprozesses: Beginnend bei  $(V_1, p_1)$  erfolgt zunächst eine adiabatische Expansion nach  $(V_2, p_2)$ , dann wird das Gas isobar nach  $(V_1, p_2)$  komprimiert und schließlich isochor der Druck erhöht, um nach  $(V_1, p_1)$  zurückzukehren.

**5. [4 Punkte] Wegunabhängigkeit von Wegintegralen**

Wir wollen für feste Endpunkte  $A$  und  $B$  und einen beliebigen Weg  $C$  von  $A$  nach  $B$  das Wegintegral

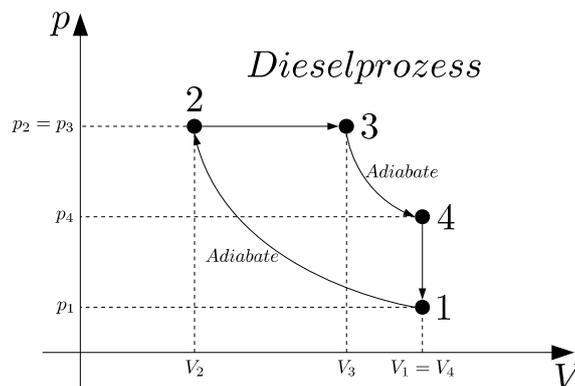
$$I(C) = \int_C [dx f(x, y) + dy g(x, y)]$$

in der  $xy$ -Ebene berechnen. Es wird in der Regel für verschiedene Wege  $C_i$  unterschiedliche Werte annehmen. Zeigen Sie, dass  $I$  genau dann vom Weg unabhängig ist, wenn gilt:

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial g}{\partial x} .$$

**6. [7 Punkte] Dieselprozess**

Wir betrachten den in der nachfolgenden Skizze dargestellten Dieselprozess für ein ideales Gas:



- 1 (a) Benennen Sie für jedes Teilstück des Kreisprozesses den stattfindenden physikalischen Vorgang und beschreiben Sie kurz, was auf dem jeweiligen Teilstück in einem realen Verbrennungsmotor geschieht. Weshalb heißt der Dieselprozess auch Gleichdruckprozess?
- 3 (b) Bestimmen Sie für jedes Teilstück des Dieselprozesses die verrichtete Arbeit  $\Delta W_{ij}$  sowie die zu- bzw. abgeführte Wärmemenge  $\Delta Q_{ij}$ .
- 3 (c) Geben Sie die während eines Durchlaufs geleistete Gesamtarbeit  $\Delta W$  an und bestimmen Sie den thermischen Wirkungsgrad  $\eta_{th Diesel}$  des Dieselprozesses in Abhängigkeit vom Verdichtungsverhältnis  $\varepsilon := \frac{V_1}{V_2}$ , dem Volldruckverhältnis  $\varphi := \frac{V_3}{V_2}$  und dem Isentropenexponent  $\kappa := \frac{c_p}{c_v}$ . Wie wirkt sich eine Erhöhung des Verdichtungsverhältnisses auf den Wirkungsgrad aus?